درسنامه و حل تمرین فصل اول ریاضی دهم

فهرست

درس اول: مجموعه های اعداد

اینهارو به خاطر بسپارید

اعداد طبیعی: **یعنی همه مثبتها روی محور اعداد**	$\mathbb{N} = \{1,2,3,4, \ldots\ldots\}$
اعداد حسابی: **یعنی مثبتها و صفر**	$\mathbb{W} = \{0,1,2,3,4, \ldots.\}$
اعدادصحیح: **یعنی مثبتها و منفی ها و صفر**	$\mathbb{Z} = \{\ldots\ldots, -2, -1,0,1,2, \ldots\ldots\}$
اعداد گویا: هر عددی که به صورت کسری است یا بشه کسری نوشت مثل عدد ۳ که میتونیم بنویسیم $\frac{3}{1}$	$\mathbb{Q} = \left\{\frac{m}{n} \quad \frac{3}{2} \mid 3,2 \in \mathbb{Z} \ , n \neq 0\right\}$
اعداد گنگ: مثلا عدد π یک عدد دنباله دار و نامتناهی است بین ۳و ۴ است ولی نه ۳ است نه۴	$\mathbb{Q}' = \{\sqrt{2}, \pi, \sqrt{17}\}$
اعداد حقیقی: یعنی تمام اعداد مجموعه های بالا	$\mathbb{R} =$ تمام اعداد

نکته مهم: اعداد یا گویا هستند یا گنگ چرا؟ چون به تمام اعداد مجموعه های طبیعی و صحیح و حسابی بالا میتوان یک مخرج یک داد و آنها را تبدیل به کسر کرد پس همه اعداد گویا هستند اگر جواب کامل نداشته باشند مثل اعداد زیر انوقت گنگ هستند

نمونه های از اعداد گنگ:

$$\sqrt{17} = 4.1231056256176605498214098559741 \ldots \ldots$$

$$\pi = 3.1415926535897932384626433832795 \ldots \ldots$$

$$\sqrt{2} = 1.4142135623730950488016887242097 \ldots \ldots$$

> یادآوری: مجموعه B زیرمجموعه A است یعنی تمام اعضای مجموعه B حتما درA وجود دارد مثال:
>
> $A = \{B, C, D, E, F, G\}$
>
> $B = \{D, F, G\}$
>
> $\boldsymbol{B \subseteq A}$

به نظر شما از مجموعه اعداد بالا کدام زیرمجموعه ی همه مجموعه ها است ؟

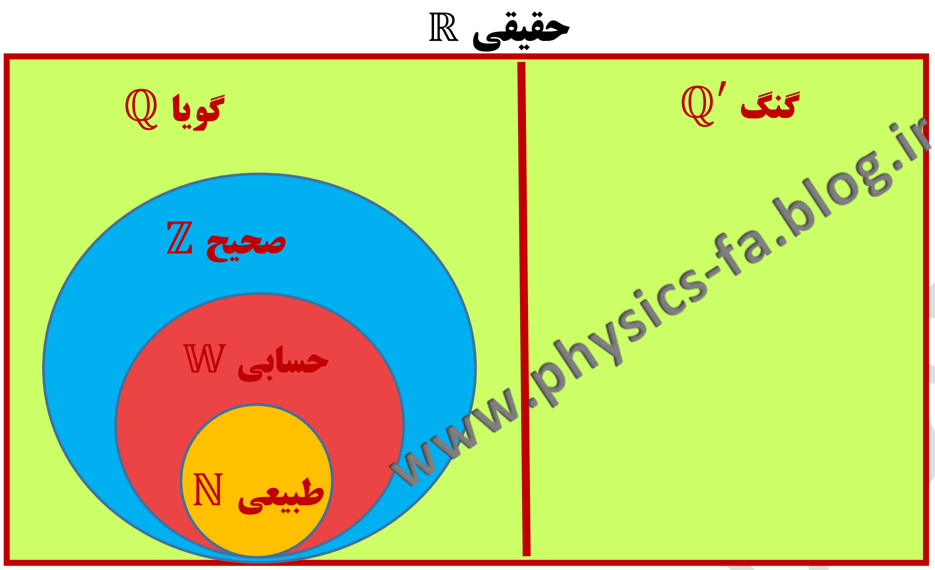
اگر همه اعداد حقیقی یا گنگ باشند یا گویا پس رابطه زیر برقرار است:

اعداد طبیعی زیر مجموعه‌ی اعداد حسابی هستند چون تمام اعضای اعداد طبیعی (مثبتها) در اعداد حسابی (مثبتها و صفر) وجود دارد .در شکل صفحه بعد به این زیرمجموعه بودن آنها دقت کنید

$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W}$ $\qquad$ $\mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z}$ $\qquad$ $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$ $\qquad$ $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$

یا این رابطه $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$

اگر همه ی اعداد حقیقی R را در یک مستطیل بزرگ سبز رنگ قرار دهیم و به دو قسمت گنگ و گویا تقسیم کرده و آنگاه به ترتیب بقیه مجموعه ها را درون این مستطیل مشخص کنیم داریم:



$\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}' = \phi$ $\quad \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}' = \mathbb{R}$ اجتماع گنگ و گویا مجموعه اعداد حقیقی و اشتراک آنها تهی است

اجتماع $\cup$ یعنی دو تا مجموعه هر چه عضو دارند رو توی یک کاسه بزرگ بریز

مثال ۱: با توجه به مجموعه اعداد پاسخ عبارتهای زیر را بیابید

$\mathbb{Z} - \mathbb{N} =$ {صفر و منفیها و مثبتها} − {مثبتها} = {صفر و منفیها} $= \{\dots\dots, -3, -2, -1, 0\}$

$\mathbb{Z} - \mathbb{W} =$ {صفر و منفیها و مثبتها} − {صفر و مثبتها} = {منفیها} $= \{\dots\dots, -3, -2, -1\}$

$\mathbb{W} - \mathbb{N} =$ {صفر و مثبتها} − {مثبتها} = {صفر} $= \{0\}$

$\mathbb{N} - \mathbb{W} = \phi \qquad \mathbb{N} \cup \mathbb{W} = \mathbb{W} \qquad \mathbb{N} \cap \mathbb{W} = \mathbb{N}$

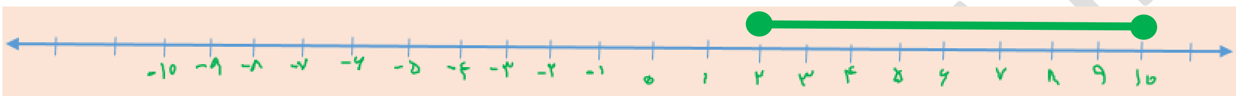
درس دوم: بازه ها

بازه مجموعه زیر را به چند شکل میتونیم نشون بدیم

مجموعه اعداد طبیعی از ۲ تا ۱۰ $\{2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$

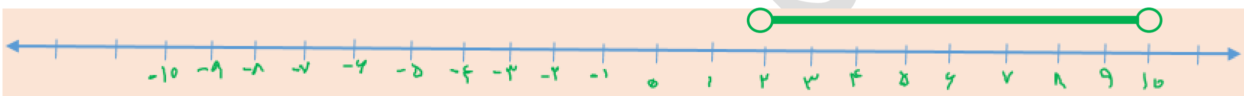
$\{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x \leq 10\}$ $[2,10]$

اعداد این مجموعه **از** ۲ **تا** ۱۰ هستند بازه بسته را روی محور ببینید یعنی هم ۲ و هم ۱۰ هم هستند



$\{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x < 10\}$ $(2,10)$

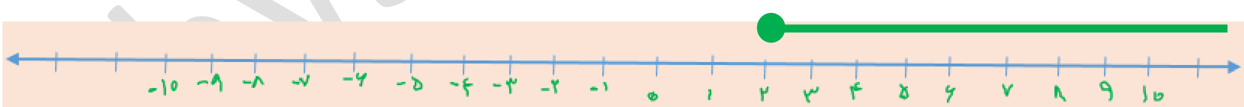
اعدادی که عضو هستند و این اعداد **بین** ۲ و ۱۰ هستند ولی ۲ و ۱۰ درین مجموعه نیستند



☑حالا اگر یک طرف عدد ۲ مشخص بود و طرف دیگه مشخص نبود چی ؟

مثلا همه اعداد بزرگتر از ۲ و خود ۲ هم است (بزرگترمساوی)

$\{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x\}$ $[2,+\infty)$



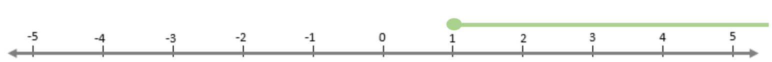
پس یک مجموعه رو میشه به چهار حالت نوشت مثلا مجموعه اعداد بزرگترازیک رو بینیم

حالت اول: مجموعه $\{1,2,3,4,5,6,\ldots\}$ درصورتی که مجموعه عضو اعداد صحیح یا طبیعی باشه

حالت دوم: بازه $[1,+\infty)$

حالت سوم: زبان ریاضی $\{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x\}$ درصورتیکه عضو حقیقی باشه بهتره از محور استفاده شه

حالت چهارم: محور



تمرین: مجموعه اعداد زیر به سه حالت نشان داده شده است آنها را روی محور نشان دهید

$\{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 1\}$ $[-2,1]$ $\{-2,-1,0,1\}$

$\{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x \leq 4\}$ $(1,4]$ $\{2,3,4\}$

$\{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq -1\}$ $[-3,-1]$ $\{-3,-2,-1\}$

$\{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x < 5\}$ $[0,5)$ $\{0,1,2,3,4\}$

$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 1\}$ $(-\infty,1]$ $\{\dots\dots\dots,-3,-2,-1,0,1\}$

$\{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x\}$ $[-3,\infty)$ $\{-3,-2,-1,0,1,2,\dots\dots\dots\}$

فرق مجموعه با بازه چیه؟

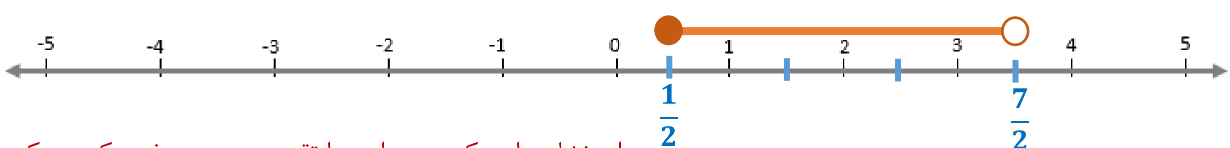
نکته خیلی مهم: یادتونه باشه مفهوم بازه [ ] یا ( ) با مجموعه{ } فرق میکنه بازه یعنی از یک عددی تا یه عدد دیگه ولی مجموعه هرچی عدد وجود داره رو همونجا نشون میده. پس ما تو بازه‌ها همه عددهای اون بازه رو نمی‌بینیم فقط عدد اول و آخرو میبینیم

وقتی اشتراک و اجتماع بازه هارو بخواهیم بدست بیاوریم اول به شکل مجموعه بنویسیم بعد حلش کنیم اگر اعداد بازه به صورت کسری بود باید اول روی محور نشون بدیم بعد حلش کنیم

مثال۲: بازه زیر را روی محور نشان دهید.

$$\left[\frac{1}{2},\frac{7}{2}\right)$$

نکته: این بازه رو نمیشه بصورت مجموعه نشان داد چون بینهایت کسر بین دوتا کسر وجود دارد. به همین علت است که روی محور نشان دادنش بهتر است



برای نشان دادن کسر هر واحد را تقسیم به عدد مخرج کسر میکنیم

درس سوم: اجتماع و اشتراک

اجتماع ∩ یعنی هردو مجموعه را باهم دریک ظرف بریز

اشتراک ∪ یعنی فقط قسمتهایی که با هم مشترک دارند رو جدا کن

مجموعه اعداد طبیعی$\mathbb{N}$ و حسابی $\mathbb{W}$ رو یادتونه: اشتراکشون چیه:صفرومثبتها که میشه همون حسابی $\mathbb{W}$ اجتماع شون چی؟ بازم حسابی

مثال۳: اشتراک و اجتماع بازه های زیر را بیابید

برای پیدا کردن اشتراک و اجتماع بازه‌های زیر بهتره اونارو اول به‌صورت مجموعه یا روی محور مشخص کنیم تا کل عددهایی که دارند رو ببینیم بعد اشتراک و اجتماع شون پیداکنیم.

الف) $(-1,4] \cup (2,+\infty)$

ب) $(-1,4] \cap (2,+\infty)$

جواب الف) خب اول اونو به صورت مجموعه درمیاریم اجتماع شون میشه همه ی این اعداد باهم

الف) $(-1,4] \cup (2,+\infty) = \{0,1,2,3,4\} \cup \{1,2,3,4,\ldots\}$

$$= (-1,+\infty)$$

جواب ب) اشتراک همون دو بازه قبلی یعنی عددهایی که در هردوتا بازه باشند

ب) $(-1,4] \cap (2,+\infty) = (2,4]$

یبارم با کمک محور حل کرده و پاسخ را مقایسه کنید کدوم راحت تره؟ هربازه با رنگ خودش روی محور نشان داده شده و محدوده اجتماع و اشتراک هم مشخصه